

Име: _____ ФН: _____ Спец.: _____ Курс: _____

Задача	1	2а	2б	3а	3б	4а	4б	5	Общо
получени точки									
максимум точки	20	10	10	20	10	20	20	20	130

Забележка: За отлична оценка са достатъчни 100 точки.

Задача 1. Даден е насочен ацикличен граф с n върха и m ребра. Предложете алгоритъм с линейна времева сложност $\Theta(m + n)$ за намиране на хамилтонов път в дадения граф.

Задача 2. В небостъргач има няколко асансьора, всеки от които спира само на някои етажи. На един етаж може да спират няколко асансьора. Всеки асансьор може да вози и нагоре, и надолу. Предложете бърз алгоритъм, намиращ маршрут от един етаж до друг, ако искаме да стигнем:

- за най-малко време (всички асансьори се движат с еднаква скорост);
- с най-малък брой прекачвания.

Задача 3. Пътник трябва да стигне от град C_0 до град C_n , като мине през всеки от градовете C_1, C_2, \dots, C_{n-1} непременно в този ред. За всеки участък от маршрута пътникът може да избира между две транспортни компании. Превозът от C_{k-1} до C_k ($k = 1, 2, \dots, n$) струва A_k лева с първата компания и X_k лева с втората. Двете компании имат по-ниски цени за продължение на пътуването: съответно B_k лева с първата компания и Y_k лева с втората; $B_k < A_k, Y_k < X_k$ ($k = 2, 3, \dots, n$). "Продължение" значи, че в участъка от C_{k-2} до C_{k-1} и в участъка от C_{k-1} до C_k пътникът ползва услугите на един и същи превозвач.

- Съставете алгоритъм `OptimalTransport` ($A[1 \dots n], B[2 \dots n], X[1 \dots n], Y[2 \dots n]$), който за време $\Theta(n)$ намира най-ниската цена за пътуване от C_0 до C_n .
- Разширете алгоритъма така, че да казва с кой превозвач да бъде изминат всеки участък, та общата цена да бъде възможно най-ниска.

Упътване: Използвайте динамично програмиране с числова таблица `dyn[1...n][1...2]`, където `dyn[k][i]` е най-ниската възможна цена за пътуване от C_0 до C_k , ако последният участък от пътя (т.е. от C_{k-1} до C_k) бъде пропътуван с i -тата компания.

Задача 4. Както е известно, задачата за разпознаване, дали сред n цели числа има равни, изисква време $\Omega(n \log n)$ в общия случай. Каква е времевата сложност на задачата в следните частни случаи:

- когато всичките n числа са четни?
- когато всичките n числа са в интервала от $2n$ до $5n$?

Задача 5. Да се докаже, че е NP-трудна следната алгоритмична задача:

"За даден граф G и дадено цяло положително число k да се разпознае дали G притежава покриващо дърво, всички върхове на което имат степени, ненадвишаващи k ."