

Име: \_\_\_\_\_, ФН: \_\_\_\_\_, Спец./курс: \_\_\_\_\_

Задача	1	2	3	4	5	6	Общо
получени точки							
максимум точки	20	20	20	20	20	20	120

*Забележка:* За отлична оценка са достатъчни 100 точки!

**Задача 1** Решете следните рекурентни уравнения:

а)  $T(n) = 4T(\frac{n}{3}) + n$       б)  $T(n) = 2T(\frac{n}{\sqrt{2}}) + n^2$   
 в)  $T(n) = T(n - 1) + \frac{1}{n}$     г)  $T(n) = \sum_{i=0}^{n-1} T(i) + 2^n$

**Задача 2** Алгоритъм сортирал масив с 2 000 000 числа за около 100 милисекунди, а масив с 6 000 000 числа — за около 900 милисекунди (на същия компютър).

С кой от следните алгоритми най-вероятно се е случило това: HeapSort, InsertionSort или MergeSort ? (Не се приема отговор без обосновка!)

**Задача 3** Предложете алгоритъм, разпознаващ за време  $o(n^2)$  дали два едномерни масива с дължина  $n$  имат общи елементи (не непременно на едни и същи позиции).

**Задача 4** Опитайте да разделите на две групи с равна сума редиците от числа, дадени по-долу. Ако това е невъзможно, предложете кратко доказателство.

- (a - 10 точки) 12, 7, 31, 14, 17, 22  
 (b - 10 точки) 12, 9, 31, 15, 18, 27

**Задача 5** Разглеждаме следните две задачи за разпознаване:

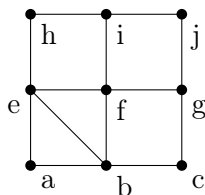
*3PLine* : Дадено е множество от  $n$  точки в равнината. Има ли сред тях три точки, лежащи на една права?

*TArea* : Дадено е множество от  $n$  точки в равнината и цяло неотрицателно число  $S$ . Има ли сред дадените точки три, които образуват триъгълник с лице, не по-голямо от  $S$  ?

Намерете полиномиална сводимост  $3PLine \propto TArea$  или докажете съществуването на такава сводимост.

*Забележка:* Предполага се, че координатите на всички точки са цели числа.

**Задача 6** Котка гони мишка в нарисувания по-долу граф:



Отначало котката е във връх  $a$ , а мишката — в  $j$ . Двете се придвижват последователно, като първа е котката. Всеки ход е придвижване по ребро в графа. Котката побеждава, ако достигне върха, в който е мишката.

Намерете печеливша стратегия за котката.