

Име: \_\_\_\_\_, ФН: \_\_\_\_\_, Спец.: \_\_\_\_\_, Курс: \_\_\_\_\_

Задача	1	2	3	4	5	6	Общо
получени точки							
максимум точки	20	20	20	20	20	20	120

*Забележка:* За отлична оценка са достатъчни 100 точки!

**Задача 1** Налага се да пътуваме с кола от град  $A$  до град  $B$ . Разстоянието между  $A$  и  $B$  е  $d$ . По протежение на шосето има бензиностанции на разстояния  $d_1 < d_2 < \dots < d_n$  от  $A$ . Резервоарът на колата побира достатъчно гориво за изминаване на разстояние  $m$  и е пълен в началото на пътуването. (Разстоянието  $m$  е достатъчно голямо, т.е. пътуването е възможно.) Предложете алгоритъм, който за време  $\Theta(n)$  съставя възможно най-кратък списък от бензиностанции, на които да спрем за зареждане.

**Задача 2** Решете следните рекурентни уравнения:

а)  $T(n) = 4T(n-2) + 2^n$    б)  $T(n) = T(n-1) + \frac{n+2}{n+1}$

в)  $T(n) = \sum_{i=0}^{n-1} T(i) + 3^{\frac{n}{2}}$    г)  $T(n) = 3T(\frac{n}{2}) + \sqrt{7}n^2 + T(\frac{n}{2})$

**Задача 3** Оценете сложността на следния алгоритъм:

```

EASY(n: integer)
1  i ← 1; j ← 1
2  while i ≤ n do
3      j ← j + 1
4      if j > i × i
5          j ← 1
6          i ← i + 1
    
```

**Задача 4** Предложете бърз алгоритъм, който проверява дали масив от  $n$  числа съдържа противоположни числа. Решение със сложност  $\Theta(n^2)$  е бавно и ще бъде оценено само с 5 точки.

**Задача 5** Ориентиран граф  $G(V, E)$  има  $n$  върха. За реброто  $(u_0, v_0) \in E$  е известно, че принадлежи на всички цикли в  $G$ .

Предложете бърз алгоритъм, който отговаря с 'да' или 'не' на въпроса: Има ли хамилтонов цикъл в  $G$ ?

**Задача 6** Нарисувайте графа на Петерсен и обозначете върховете му.

- (а) Намерете хамилтонов път в него.
- (б) Намерете минимално върхово покритие в графа.
- (в) Намерете максимално съчетание в графа.

*Забележка:* Дефиниции на граф на Петерсен, съчетание и върхово покритие ще бъдат написани на дъската.