

Второ домашно по Дискретни структури, 03.01.2019г.

Име: \_\_\_\_\_, ФН: \_\_\_\_\_, Група: \_\_\_\_\_

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	1	1	1	1	1	5

*Забележка:* Предайте домашното на вашия асистент най-късно на 18 януари, преди започване на упражнението на групата Ви !

**Задача 1.** Решете рекурентното уравнение:

$$R_n = R_{n-1} + 2R_{n-2} + 2^n \text{ при начални условия } R_0 = 0, R_1 = 1.$$

**Задача 2.** Дадено е нечетно естествено число  $n = 2k + 1$ ,  $n > 1$ . Пресметнете по колко начина  $n$  може да се представи като сума на три нечетни числа.

*Забележка:* Две представяния са различни, ако едното не се получава от другото с разместване на събираемите.

**Задача 3.** Колко са различните цикли с дължина 9 в графа на Петерсен.

**Задача 4.** Нека  $T(V, E)$  е дърво с  $n$  върха. Към него е добавено едно ново ребро. Да означим получения граф с  $G(V, E')$ .

Докажете, че  $G$  има най-много  $n$  покриващи дървета.

**Задача 5.** Кои са двойките булеви функции  $\{f_1, f_2\}$ , такива, че:

- (1)  $\{f_1, f_2\}$  е пълно множество.
- (2)  $f_1$  и  $f_2$  са функции на най-много 2 променливи.
- (3) Взети поотделно,  $\{f_1\}$  и  $\{f_2\}$  не са пълни множества.

*Упътване:* Ползвайте критерия на Пост-Яблонски.

## Решения

**Задача 2.** Нека  $n = (2k_1 + 1) + (2k_2 + 1) + (2k_3 + 1)$ , където  $k_1 \leq k_2 \leq k_3$ .

Тогава  $n - 3 = 2(k_1 + k_2 + k_3)$ , или  $k_1 + k_2 + k_3 = (n - 3)/2$ . Означаваме  $m = (n - 3)/2$  и търсим колко комбинации има за тройките  $k_1 \leq k_2 \leq k_3$ , такива че  $k_1 + k_2 + k_3 = m$ .

Ако нямаше условието за разместване на трите числа (наредбата  $k_1 \leq k_2 \leq k_3$ ), броят на комбинациите е  $\binom{m+2}{2}$ , защото тройките могат да бъдат разглеждани като комбинации с повторение, без наредба.

Нека  $p = \binom{m+2}{2}$  са всички тройки със сума  $m$ , а  $q$  е броят на тройките, за които  $k_1 \leq k_2 \leq k_3$ .

По-долу с  $\lfloor x \rfloor$  означаваме цялата част на числото  $x$ .

Формулите за стойността на  $q$  са:

$q = p/6 + \lfloor (m + 2)/2 \rfloor / 2$ , ако  $m$  не се дели на 3 и

$q = (p + 2)/6 + \lfloor (m + 2)/2 \rfloor / 2$ , ако  $m$  се дели на 3.

Вижте видео, в което са обяснени идеите за извода на тези формули! В края на видеото има грешка в знака за формулата за  $q$ , вместо  $+$  пиша  $-$ .

Програма на C, която смята комбинациите при зададено  $n$ :

```
#include <stdio.h>

int main(void)
{
    int n,m,q,k1,k2;
    printf("Въведете положително нечетно число: ");
    scanf("%d",&n);
    m=(n-3)/2;
    printf("n=%d, m=%d\n",n,m);
    q=0;
    for (k1=0; k1<=m; k1++)
        for (k2=k1; k2<=m; k2++)
            if (m-k1-k2>=k2) q++; // k3>=k2
    printf("Брой комбинации: %d\n",q);
}
```

**Задача 3.** Вижте видео с решението.