Писмен изпит по ДС за КН 1-ви поток, 13.02.2015г.

Име: ____________________________________, ФН:______, Група:________

Задача	1	2	3	4	5	6	Общо
получени точки							
максимум точки	20	20	20	20	20	20	120

Забележка: За отлична оценка са достатъчни 100 точки!

Задача 1 Нека $n \in N^+$ и $U = \{1, 2, \dots, 2n\}$. Да се докаже, че за всяко множество $A \subset U$, за което $|A| = n + 1$, съществува $k \in U,\ k < 2n$, такова че $k \in A$ и $(k + 1) \in A$.

Задача 2 Точките от една окръжност са оцветени в два цвята. Докажете, че съществува равнобедрен триъгълник с едноцветни върхове, лежащи на окръжността.

Упътване: Впишете правилен петоъгълник в окръжността и разсъждавайте за цветовете на върховете му.

Задача 3 Нека $G(V, E)$ е краен неориентиран граф и $v \in V$ е негов срязващ връх (след отстраняването на v и ребрата, инцидентни с него, броят на свързаните компоненти на G се увеличава). Нека G_1 е графът, получен от G чрез отстраняване на v и ребрата, инцидентни с него. Докажете, че допълнителният граф на G_1 е свързан.

Задача 4 Напишете съвършената ДНФ и полинома на Жегалкин на булевата функция
$f(x, y, z) = (x \to y) \wedge (x \oplus z)$.

Задача 5 Докажете, че съвършената ДНФ на двоичната функция
$f(x_1, x_2 \dots x_n) = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$ е единственото представяне на тази функция чрез ДНФ.

Задача 6 Да се намерят всички минимални дизюнктивни нормални форми на двоичната функция $f(x, y, z)$ с единично множество $N_f = \{0, 1, 2, 5, 6\}$.

Примерни решения

Задача 6 Таблицата на f изглежда така:

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Построяваме елементарните конюнкции съгласно теоремата на Бул и ги поставяме в първата колона на таблицата на импликантите по-долу.

След пресмятане на всички импликанти получаваме (със $*$ са отбелязани погълнатите имликанти):

I_3	I_2	
$\overline{x}\overline{y}\overline{z}*$	$\overline{x}\overline{y}$	
$\overline{x}\overline{y}z*$	$\overline{x}\overline{z}$	
$\overline{x}y\overline{z}*$	$\overline{y}z$	
$x\overline{y}z*$	$y\overline{z}$	
$xy\overline{z}*$		

Сега строим таблица в която отбелязваме коя проста имликанта покрива единица на f:

N_f	$\overline{x}\overline{y}$	$\overline{x}\overline{z}$	$\overline{y}z$	$y\overline{z}$
000	$*$	$*$		
001	$*$		$*$	
010		$*$		$*$
101			$*$	
110				$*$

Единиците 101 и 110 са покрити от единствените импликанти $\overline{y}z$ и $y\overline{z}$, следователно те са задължителни.

Те двете не покриват единствено единицата 000, можем да я покрием с коя да е от импликантите $\overline{x}\overline{y}$ и $\overline{x}\overline{z}$. Те са с еднакъв брой букви, следователно има две минимални ДНФ:

$$f(x, y, z) = \overline{x}\overline{y} \vee \overline{y}z \vee y\overline{z}$$
$$f(x, y, z) = \overline{x}\overline{z} \vee \overline{y}z \vee y\overline{z}$$