

Първо домашно по Дискретни структури, 07.11.2019г.

Име: \_\_\_\_\_, ФН: \_\_\_\_\_, Спец./курс: \_\_\_\_\_

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	1	1	1	1	1	5

**Задача 1.** Нека  $R \subset A \times A$  е релация над крайното множество  $A$ , такава, че  $\forall x \in A, \forall y \in A, x \neq y \rightarrow ((x, y) \in R \vee (y, x) \in R)$ .

Докажете, че съществува верига, която съдържа всеки елемент на  $A$  точно веднъж.

*Упътване:* Ползвайте индукция.

*Верига* наричаме крайна редица  $a_0, a_1, \dots, a_l$  от елементи на  $A$ , такава, че за всяко  $i, 0 \leq i < l$  е изпълнено  $(a_i, a_{i+1}) \in R$ .

**Задача 2.** Нека точките с цели координати в равнината са оцветени с 8 цвята. Докажете, че има две едноцветни точки на разстояние по-малко от 3.

**Задача 3.** Колко от целите числа от 1 до 2019 включително не се делят нито на 3, нито на 7, нито на 13 ?

**Задача 4.** На изпит при доцент Незнайков се явяват 13 студенти. Той си има квоти: решил е да постави четири двойки, три тройки, четири четворки и две петици (шестици доцентът по принцип не пише). По колко начина могат да бъдат разпределени оценките?

**Задача 5.** Нека  $R \subset A \times A$  е рефлексивна и транзитивна релация.

За елементите на  $A$  дефинираме релация  $\sim$ , такава че  $x \sim y$ , когато  $(x, y) \in R$  и  $(y, x) \in R$ .

(а) Докажете, че  $\sim$  е релация на еквивалентност.

Означаваме с  $[a] = \{x | x \in A, a \sim x\}$  класът на еквивалентност на  $a \in A$ .

Нека  $F = \{[a] | a \in A\}$  е множеството от класовете на еквивалентност, породени от  $\sim$ .

За елементите на  $F$  дефинираме релация  $\prec$ , такава че  $[a] \prec [b]$ , когато за някои  $x \in [a], y \in [b]$  е изпълнено  $(x, y) \in R$ .

(b) Докажете, че  $\prec$  е частична наредба.

*Срок за предаване:* Предайте домашното на асистента на вашата група преди започване на упражнението през седмицата 25-29 ноември 2019 г.!