Първо домашно по Дискретни структури, 09.11.2020 г.

Име: ________________________________, ФН:_____, Спец./курс:_______

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	1	1	1	1	1	5

Задача 1. Нека $F = \{A \mid A \subseteq \mathbb{N}, A \text{ е крайно }\}$.

Докажете, че F е изброимо.

Задача 2. Докажете, че за всяко $k \in \mathbb{N}$, съществува $n \in \mathbb{N}$, такова че:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} > k$$

Задача 3. 33 топа са разположени върху шахматна дъска.

Покажете, че поне 5 от тях не се бият взаимно.

Задача 4. Колко са редиците от естествени числа $x_1, x_2, \ldots, x_n$, такива че:

$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = m$

$\forall i \quad x_i > 0$

Задача 5. Разглеждаме множеството от точки в равнината, с $|PQ|$ означаваме дължината на отсечката PQ.

Нека A и B са две точки в равнината.

Определяме релацията $R = \{(M, N) \mid |MA| + |MB| = |NA| + |NB|\}$.

(a) Докажете, че R е релация на еквивалентност.

(b) Как изглеждат класовете на еквивалентност, породени от R, когато A и B съвпадат?

(c) Как изглеждат класовете на еквивалентност, когато A и B са различни?

Упътване: За подточки (b) и (c) дайте кратък текстов отговор. За подточка (c), потърсете информация в Интернет.

Срок за предаване: Предайте домашното на асистента на вашата група преди започване на упражнението през седмицата 25-29 ноември 2020 г.!

Решения

Задача 1.

Кодираме всяко крайно подмножество на $\mathbb{N}$ с двоично число.

Задача 2.

Индукция по k.

Задача 3.

Дирихле: разглеждаме един диагонал и успоредните му обобщени диагонали.
Те са 8, в един ще има поне 5 топа, които не се бият.

Задача 4.

Вадим 1 от всяко x_i и броим комбинации без наредба с повторение.

Задача 5.

(b) Точка A или окръжности с център A.

(c) Отсечката AB или елипси с фокуси A и B.