Второ домашно по Дискретни структури, 29.12.2023 г.

Име: ________________________________, ФН:__________, Курс:___

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	1	1	1	1	1	5

Задача 1. Нека т.O е центърът на правилния шестоъгълник $ABCDEF$ със страна 1. Освен страните на шестоъгълника са начертани още и отсечките, свързващи т.O с всеки от върховете. Така се получават общо дванайсет отсечки с дължина 1. Пресметнете броя на маршрутите с дължина n, всеки от които започва и завършва в т.O.

Задача 2. Мост в граф наричаме ребро, чието премахване увеличава броя на свързаните компоненти в графа.
Нека $k \geq 2$ е цяло положително число. Да се докаже, че няма k-регулярен двуделен граф, съдържащ мост.

Задача 3. Група от n души на банкет имат свойството, че всеки двама души или са приятели, или са непознати. Налице са следните свойства:

- никой не е приятел с всички останали;
- всяка двойка непознати има точно един общ приятел;
- никои трима души не са приятели помежду си.

Дайте примерен вариант за хората и познанствата им. Докажете, че всеки човек има еднакъв брой приятели.
Упътване: Разгледайте графа на запознанствата и негово покриващо дърво.

Задача 4. Разглеждаме $\mathbb{J}_2^n$ с наредбата $\preceq$, дефинирана с:
$$\overline{\alpha_1\alpha_2...\alpha_n} \preceq \overline{\beta_1\beta_2...\beta_n} \leftrightarrow \alpha_i \leq \beta_i \text{ за } 1 \leq i \leq n$$
Нека $T \subseteq \mathbb{J}_2^n$ е антиверига, т.е.
$$\forall \overline{\alpha} \in T \forall \overline{\beta} \in T (\overline{\alpha} \neq \overline{\beta} \to \overline{\alpha} \not\preceq \overline{\beta})$$
Дефинираме и $T_k = T \cap \{\overline{\alpha} \in \mathbb{J}_2^n \mid \sum_{i=1}^n \alpha_i = k\}$ за $0 \leq k \leq n$. Да се докаже, че
$$\sum_{k=0}^{n} \frac{|T_k|}{\binom{n}{k}} \leq 1$$

Задача 5. Производна на булевата функция $f : \mathbb{J}_2^n \to \mathbb{J}_2$ по променлива x_i $(1 \leq i \leq n)$ ще наричаме функцията $f_i' : \mathbb{J}_2^n \to \mathbb{J}_2$, дефинирана по следния начин:
$$f_i'(x_1, ..., x_n) = f(x_1, ..., x_{i-1}, 0, x_{i+1}, ..., x_n) \oplus f(x_1, ..., x_{i-1}, 1, x_{i+1}, ..., x_n)$$
Да се докаже, че за произволна булева функция f и променливи $x_i, x_j, i \neq j$ е вярно, че:
$$(f_i')_j' = (f_j')_i'$$
Да се докаже, че ако за $f : \mathbb{J}_2^n \to \mathbb{J}_2$ е изпълнено, че
$$((f_n')_{n-1}')...)_1' = 1,$$
то f няма фиктивни променливи.
Вярно ли е обратното?

Срок за предаване: Предайте домашното на асистента на вашата група до 19 януари 2024 г.!

Как да ползваме LaTeX?

LaTeX е език за автоматизиране на издателската дейност. Като среда за типографска дейност, езикът е достъпен за различни операционни системи и е с отворен лиценз (open source). Той е създаден от Лесли Лампорд (Leslie Lamport), американски учен, по-известен с работите си по теория на разпределените компютърни системи, за които получава Тюрингова премия през 2013 г.

LaTeX е макро-разширение на TeX, език за описание на типографската дейност, създаден около 1978 г. от Доналд Кнут (Donald Knuth), американски учен, по-известен с многотомника си „Изкуството на програмирането“. Кнут е считан за баща на теорията за анализ на алгоритми, получава Тюрингова премия през 1974 г.

Първи стъпки:

Започнете с учебника https://www.latex-tutorial.com/tutorials/

Той съдържа инструкции за инсталиране на системата и въвежда в създаването на прости документи, ползването на математически формули и графика.

Образец:

За да напишете решенията си, ползвайте сорса на този документ (файла с разширение .tex), публикуван в Мудъл.

Изтрийте втората страница, съдържаща тези инструкции, а вашите решения опишете на последната страница.

Можете да рисувате графики с друга програма и да ги вмъквате във вашия документ с команда \includegraphics.

Друга възможност е да рисувате в самия LaTeX, с ползване на пакета TikZ.

После компилирайте до формат *.pdf.

Полезни връзки:

https://en.wikipedia.org/wiki/LaTeX

https://en.wikipedia.org/wiki/TeX

https://www.latex-tutorial.com/tutorials/

https://tikz.dev/

https://texample.net/tikz/examples/

Решения

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3.

Задача 4.

Задача 5.