Изпит по Дискретни структури, 06.02.2021г.

Име: ________________________________, ФН:______, Група:________

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	13	13	13	13	13	65

Задача 1. Докажете, че за всяко $n \in \mathbb{N}$ е изпълнено неравенството:

$$\sum_{i=1}^{2^n} \frac{1}{i} > \frac{n+1}{2}$$

Задача 2. Колко са редиците от естествени числа x_1, x_2, x_3, x_4, такива че:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13$

$\forall i \quad x_i > 1$

Задача 3. Докажете, че във всеки неориентиран граф има път от всеки връх с нечетна степен до друг връх с нечетна степен.

Задача 4. Ребрата в пълния неориентиран обикновен граф K_6 са оцветени в синьо и червено. Докажете, че в K_6 има триъгълник с едноцветни ребра.

Задача 5. Намерете минимална дизюнктивна нормална форма и полинома на Жегалкин на булевата функция $f(x, y, z)$, определена с редицата стойности $f = (11000111)$.

Забележка: Ако функцията има няколко МДНФ, ще получите пълен брой точки за намирането на всички формули.

Отговори:

Задача 2.

Полагаме $y_i = x_i - 2$. Сумата на новите променливи е 5 и са неотрицателни.
$\binom{5+3}{3} = \binom{8}{3} = 56$

Задача 3.

(решение а) Използваме свойството, че броят върхове с нечетна степен е четен.

(решение б) Правим разходка от връх с нечтна степен, като не повтаряме ребра. Тя ще свърши принудително в друг връх с нечетна степен.

Задача 4.

От един връх излизат 5 ребра, поне 3 са едноцветни, разсъждаваме за краищата им и ребрата между тях.

Задача 5.

Жегалкин:

$f(x, y, z) = 1 \oplus x \oplus y \oplus xz \oplus xyz$

Минимални форми:

$f(x, y, z) = \overline{x}\overline{y} \vee \overline{y}z \vee xy$

$f(x, y, z) = \overline{x}\overline{y} \vee xy \vee xz$